Probeklausur Elementargeometrie (LR)

im Wintersemester 2022/23

Dr. Veronika Ertl — 6./7. Februar 2023, in den Übungen

Name:	
Vorname:	
Matrikelnummer:	

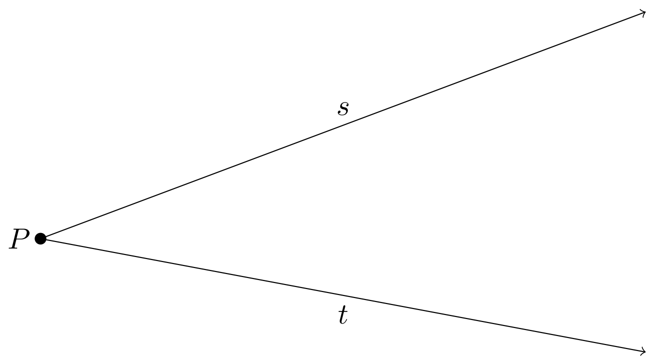
Bitte den Kasten oben sorgfältig in Druckbuchstaben ausfüllen!
Bitte alle bearbeiteten Aufgaben ankreuzen.
Die Klausur ist bestanden, wenn Sie 50% der Punkte erreicht haben.

Aufgabe:	1	2	3	$\sum$	Note
maximale Punkte:	10	10	10	30	1
bearbeitet :					
erreichte Punkte:					

Aufgabe 1. In dieser Aufgabe geht es um die Konstruktion der Winkelhalbierenden. Betrachte den Winkel $\sphericalangle(s,t)$, gegeben durch die Strahlen s und t. (10 Punkte)

(a) Gib die Definition der Winkelhalbierenden des Winkels $\sphericalangle(s,t)$ an. (2 Punkte)

(b) Konstruiere die Winkelhalbierende mit Zirkel und Lineal. (2 Punkte)
(Es muß klar ersichtlich sein, wie die Konstruktion durchgeführt wurde.)



(c) Beschreibe in Worten die Konstruktion, welche Du gerade ausgeführt hast. (2 Punkte)

(d) Begründe, warum diese Konstruktion die Winkelhalbierende liefert. (4 Punkte)

Aufgabe 2. Beantworte folgende Fragen: (10 Punkte)

(a) Was sind im $\mathbb{R}^2$ die Fixpunktmengen einer Spiegelung, einer Drehung, einer Verschiebung und der Identität? (2 Punkte)
(Keine Begründung notwendig.)

(b) Vervollständige den folgenden Satz zu einer wahren (nicht-tautologischen) Aussage: (1 Punkt)
Zwei Geraden sind nicht parallel, genau dann, wenn ....

(c) Seien $A \neq B \subset \mathbb{R}^2$. Welche der folgenden Mengen des $\mathbb{R}^2$ beschreiben die Strecke zwischen A und B? (2 Punkte)
(Mehrere Antworten möglich.)

- ☐ $\{A - \lambda \cdot (B - A) \mid \lambda \in [0, 1]\}$
- ☐ $\{A + \lambda \cdot (B - A) \mid \lambda \in [0, 1]\}$
- ☐ $\{B - \lambda \cdot (B - A) \mid \lambda \in [0, 1]\}$
- ☐ $\{A + \lambda \cdot (B - A) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
- ☐ $\{A + \lambda \cdot (B - A) \mid \lambda \in [-1, 1]\}$

(d) Was ist die Summe der Innenwinkel eines einfachen Fünfecks? (1 Punkt)
(Keine Begründung notwendig.)

(e) Wir wissen, daß jede längenerhaltende Abbildung der euklidischen Ebene winkelerhaltend ist. Gilt auch die Umkehrung? Falls ja, finde einen Beweis, falls nein, finde ein Gegenbeispiel. (2 Punkte)

(f) Gib die Definition eines gleichschenkligen Dreiecks an. (2 Punkt)

Aufgabe 3. In dieser Aufgabe geht es um den Satz von Thales. (10 Punkte)

(a) Sei $P \in \mathbb{R}^2$ ein Punkt und $r > 0$ eine positive reelle Zahl. Beschreibe die Punkte, die auf dem Kreis mit Mittelpunkt P und Radius r liegen. (1 Punkt)

(b) Sei $\mathcal{K}$ ein Kreis. Vervollständige die folgenden Definitionen: (3 Punkte)

- Eine .... ist eine Gerade, die $\mathcal{K}$ nicht schneidet.
- Eine .... ist eine Gerade, die $\mathcal{K}$ in genau einem Punkt schneidet.
- Eine .... ist eine Gerade, die $\mathcal{K}$ in genau zwei Punkten schneidet.

(c) Was besagt der Satz von Thales? (2 Punkte)

(d) Seien A und B zwei Punkte auf einem Kreis $\mathcal{K}$ derart, dass die Strecke $\overline{AB}$ ein Durchmesser des Kreises ist. Seien $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ zwei gleichlange Sehnen von $\mathcal{K}$, die auf verschiedenen Seiten der Geraden $g(A, B)$ liegen. Zeige, dass diese Sehnen parallel sind. (4 Punkte)