Sei R ein Integritätsring mit Primring $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, $p > 0$. Man zeige, daß für alle $x \in R$ gilt $px = 0$.

Lösung. Wir erinnern uns, daß der Primring gegeben ist durch $R_0 = \mathbb{Z} \cdot 1 \subset R$. Insbesondere enthält er das Element $p \cdot 1$. Nach Voraussetzung ist $R_0 \cong \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, also $p \cdot 1 = 0$.
Wir nutzen nun das Assoziativgesetz in R:

$$px = p(1 \cdot x) = (p \cdot 1)x = 0 \cdot x = 0.$$