Aufgabe 1 (Herbst1994)**.** Gegeben seien $a, b \in /QQ^\times$. Zeigen Sie: Wenn es einen Körperisomorphismus

$$\varphi : \mathbb{Q}(\sqrt{a}) \to \mathbb{Q}(\sqrt{b})$$

gibt, dann gilt $\frac{a}{b} \in (\mathbb{Q}^\times)^2$.

Aufgabe 2 (Herbst 2015)**.** Sei $K \subset L$ eine Körpererweiterung und seien $\alpha, \beta \in L$ algebraisch über K. Sei f das Minimalpolynom von α über K und g das Minimalpolynom von β über K. Zeigen Sie, daß f irreduzibel über $K(\beta)$ ist, genau dann, wenn g irreduzibel über $K(\alpha)$ ist.

Aufgabe 3 (Frühjahr 1985)**.** Berechne die Grade der folgenden Körpererweiterungen in $\mathbb{R}$ bzw. $\mathbb{C}$:

(a) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt[7]{40})$.

(b) $\mathbb{Q}(i) \subset \mathbb{Q}(e^{\frac{\pi i}{8}})$.

Aufgabe 4. Seien $p, q \in \mathbb{N}$ verschiedene Primzahlen. Man bestimme das Minimalpolynom von $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ über $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 5 (??)**.** Sei $K \subset L$ eine Körpererweiterung, seien $\alpha, \beta \in L$ gegeben, so daß $\alpha+\beta$ und $\alpha\beta$ algebraisch über K sind. Man zeige, daß α und β algebraisch über K sind.

Aufgabe 6. Ist der Körper $\mathbb{C}(t)$ der rationalen Funktionen über $\mathbb{C}$ algebraisch abgeschloßen?