On étudiera plus proche le morphisme de comparaison entre la cohomologie formelle de Monsky et Washnitzer et la cohomologie de deRham-Witt surconvergente. On vera que c'est en fait un quasi-isomorphisme au niveau des complexes correspondents.

1 Le morphisme induit en cohomologie

L'idée [8] est de décomposer $W\Omega_{\overline{A}}$ en une part entière et une part fractionelle, montrer que les crans finis de la part enière sont isomorphe à Ω_{A_n} et que la part fractionelle est acyclique. On va travailler avec des standard-étales affines $\overline{B}$.

Langer et Zink donnent une décomposition

$$W\Omega_{k[x_1,\ldots,x_n]} \cong W^{\mathrm{int}}\Omega_{k[x_1,\ldots,x_n]} \oplus W^{\mathrm{frac}}\Omega_{k[x_1,\ldots,x_n]},$$

induite par les poids k des différentielles de Witt fondamentales.

Rappelle la notion d'une différentielle élémentaire : Soit R une $\mathbb{F}_p$-algèbre intègre et $A = R[T_1, \ldots, T_d]$. On considère des fonctions de poids $k : [1, d] \to \mathbb{N}_0$ et le support $\operatorname{supp} k = i_1, \ldots, i_r$ où on fixe un ordre tel que

1. $\operatorname{ord}_p k(i_1) \leq \operatorname{ord}_p k(i_2) \leq \cdots \leq \operatorname{ord}_p k(i_r)$.
2. Si $\operatorname{ord}_p k(i_n) = \operatorname{ord}_p k(i_{n+1})$, alors $i_n \leq i_{n+1}$.

Soit $\mathcal{P} = \{I_0, \ldots I_l\}$ une partition de $\operatorname{supp} k$ d'après Langer and Zink. Une différentielle élémentaire est de la forme

$$e(k, \mathcal{P}) = \underline{T}^{k(I_0)} \left(\frac{d\underline{T}^{k(I_1)}}{p^{\operatorname{ord}_p k(I_1)}} \right) \cdots \left(\frac{d\underline{T}^{k(I_l)}}{p^{\operatorname{ord}_p k(I_l)}} \right).$$

These elements form a basis of the deRham complex. On a une descriotion similaire pour les éléments du complexe de deRham-Witt. Maintenant, les fonctions de poid sont fractionelles

$$k : [1, d] \to \mathbb{N}_0[\frac{1}{p}]$$

et il faut tenir compte de coéfficientes $\xi_{k,\mathcal{P}} \in W(R)$ soumises à des conditions de convergence.

Les mêmes fonctions de poids induisent une décomposition du complexe surconvergent

$$W^\dagger\Omega_{k[x_1,\ldots,x_n]} \cong W^{\dagger,\mathrm{int}}\Omega_{k[x_1,\ldots,x_n]} \oplus W^{\dagger,\mathrm{frac}}\Omega_{k[x_1,\ldots,x_n]}.$$

Références

[1] Davis, C. : *The Overconvergent deRham-Witt Complex.* Thesis, (2009).

[2] Davis, C. ; Langer, A. ; Zink, T. : *Overconvergent deRham-Witt Cohomology.* Ann. Sci. Ec. Norm. Supér. (4) 44, No. 2, 197-262 (2011).

[3] de Jong, J. : *Crystalline cohomology.* In Stacks Project, version 7ec29b2, http ://www.math.columbia.edu/algebraic_geometry/stacks-git/crystalline.pdf, (2012).

[4] Hesselholt, L. ; Madsen, I. : *On the de Rham-Witt complex in mixed characteristic.* Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. 37, 1-43, (2004).

[5] Illusie, L. : *Complex de deRham-Witt et cohomologie cristalline.* Ann. Sci. Ec. Norm. Supér. (4) 12, No. 4, 501-661 (1979).

[6] Kedlaya, K.S. : *p-adic cohomology.* arXiv :math/0601507v2 [math.AG], (2008).

[7] Kedlaya, K.S. : *Topics in algebraic Geometry (rigid analytic geometry).* http ://www-math.mit.edu/~kedlaya/18.727/notes.html, (2004).

[8] Langer, A. ; Zink, T. : *De Rham-Witt cohomology for a proper and smooth morphism.* http ://www.mathematik.uni-bielefeld.de/∼zink/z_publ.html, (2003).

[9] VAN DER PUT, M. : *The cohomology of Monsky and Washnitzer*. Mémoires de la Société Mathématique de France, Nouvelle Série (23) : 33-59, (1986).

[10] ZINK, T. :*Lectures on p-divisible groups*. http ://www.math.uni-bielefeld.de/∼zink/V-DFG.html, (2011/2012).